معادلات حركة الأجسام الصلبة في الحركة المستوية

د.اسكندر عمجة

معادلات الحركة المستوية لجسم صلب

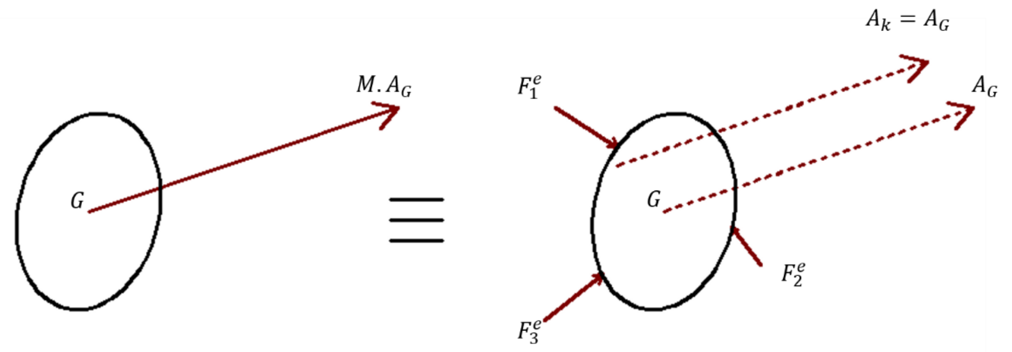
نعد جسما صلبا يتحرك حركة مستوية تحت تأثير قوى خارجية فيكتسب كل جسيم كتلته m_k تسارع قدره A_k... نطبق عليه العلاقة الأساسية لتحريك كل جسيم من جسيمات الجسم ونجمعها فيكون: $\sum m_k . A_k = \sum F_k^e$

فالقوى الخارجية $\sum F_k^e$ تكافئ مجموع القوى الفعالة لمختلف الجسيمات المادية $\sum m_k . A_k$ وبما أن حركة الجسم مستوية فدراسة حركة مقطع عرضي مار منه في مركز كتله كافية لدراسة حركته.

معادلات الحركة الانسحابية

ما هي معادلات المجموعة المكافئة لجسم يتحرك **حركة انسحابية** على مسار مستقيم اكتب نصها ومعادلتها:

أو: إلامَ تؤول المجموعة المكافئة لجسم يتحرك حركة انسحابية؟



مخطط الجسم الحر ≡ مخطط محصلة القوى المكافئة

تكون القوى الفعالة لمختلف جسيمات الجسم متساوية ومسايرة لبعضها ونحصل على أن مجموع القوى الفعالة يساوي إلى:

$$\sum \boldsymbol{m_k}.\boldsymbol{A_k} = \sum m_k.A_G = A_G \sum m_k = \boldsymbol{M}.\boldsymbol{A_G}$$

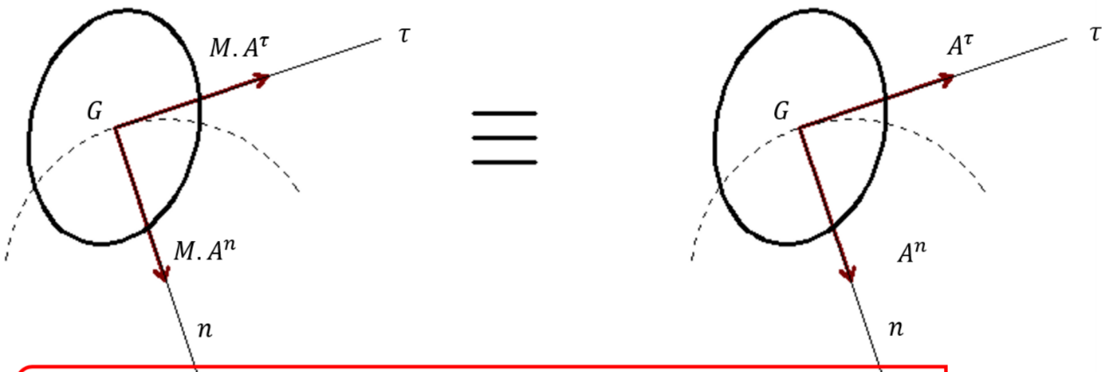
وعلى أن مجموع عزوم القوى الفعالة حول مركز الثقل معدوم

النص: تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة المؤثرة في جسيمات جسم يتحرك حركة انسحابية إلى قوة وحيدة تدعى بمحصلة القوى الفعالة وتحدد علاقتها استنادا إلى علاقة حركة مركز الكتل: $\boldsymbol{M}.\boldsymbol{A_G} = \sum \boldsymbol{F_k^e}$

بمساواة المخططين مع إسقاط العلاقة على المحاور الإحداثية GXY لمستوي الحركة نحصل على:

$$M.A_{Gx} = \sum F_{kx}^e \ , \qquad M.A_{Gy} = \sum F_{ky}^e \ , \qquad 0 = M_G^e$$

والتي تكتب على الشكل:



مخطط محصلة القوى المكافئة ≡ مخطط الجسم الحر

و بمساواة المخططين مع إسقاط العلاقة السابقة على المحاور الإحداثية $G\tau n$ لمستوي الحركة نحصل على:

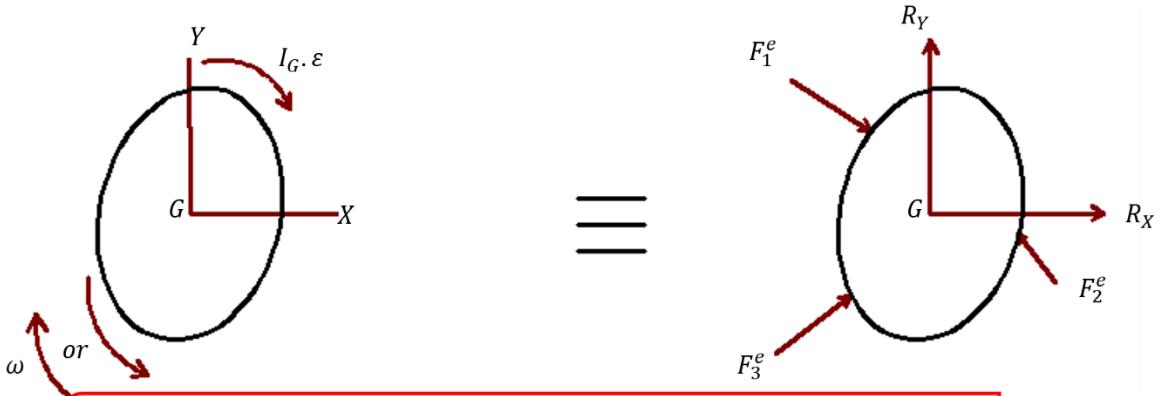
$$M.A_G^\tau = \sum F_{k\tau}^e \ , \qquad M.A_G^n = \sum F_{kn}^e \ , \qquad 0 = M_G^e$$

والتي تكتب بالشكل:

$$\boldsymbol{M}.\boldsymbol{s_G''} = \sum \boldsymbol{F_\tau^e} \ , \ \ \boldsymbol{M}.\frac{\boldsymbol{V_G^2}}{\boldsymbol{\rho}} = \sum \boldsymbol{F_{kn}^e} \ , \qquad \boldsymbol{0} = \boldsymbol{M_G^e}$$

ملاحظة: إن أفضل اختيار لمركز العزم هو الذي يلغي معظم المجاهيل في معادلة العزم.

معادلات الحركة الدورانية المركزية



مخطط محصلة القوى المكافئة ≡ مخطط الجسم الحر

بما أن مركز الكتل G ثابت بسبب وقوعه على محور الدوران فإن تسارعه معدزم بالتالي بتطبيق علاقة مركز الكتل تكون محصلة القوى الفعالة معدومة ونحصل منها على علاقة توازن قوى $(\sum F_x^e = 0)$ يحسب منها مركبات قوة رد فعل المسند في مركز الكتل.

ونحصل على عزم المزدوجة المكافئة لعزم القوى الخارجية بتطبيق مبدأ العزم الحركي لجملة بالنسبة لمحور الدوران Z حيث القوتان R_B و R_A تلاقيان المحور وعزمهما حوله معدومان,

ما هي معادلات المجموعة المكافئة لجسم يتحرك حركة دورانية مركزية؟ اكتب نصها ومعادلتها:

$$\frac{d}{dt}K_Z = \sum m_Z.(F_k^e) \Rightarrow \frac{d}{dt}(I_Z.\omega) = M_Z^e \Rightarrow I_Z.\varepsilon = M_Z^e$$

تعني هذه العلاقة أن جداء عزم عطالة الجسم الصلب بالنسبة لمحور الدوران بالتسارع الزاوي... يساوي إلى العزم الدوراني M_Z^e بالنسبة لهذا المحور والصيغة الشعاعية لها: $I_Z.\vec{E} = \overrightarrow{M_Z^e}$ (تعريف)

النص: تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة المؤثرة في نقاط جسم يتحرك حركة دورانية مركزية إلى عزم وحيد حول محور الدوران المار من مركز الكتل والعمودي على مستوي الحركة.

ونميز **الحالتين الخاصتين:**

1. إذا كان العزم الدوراني معدوم$(M_Z^e = 0)$ نتج أن $(\varepsilon = 0)$ ومنه $(\omega = const)$ أي إن الدوران ثابت.
2. إذا كان العزم الدوراني $(M_Z^e = const)$ ثابت نتج أن $(\varepsilon = const)$ ومنه الدوران متغير بانتظام..

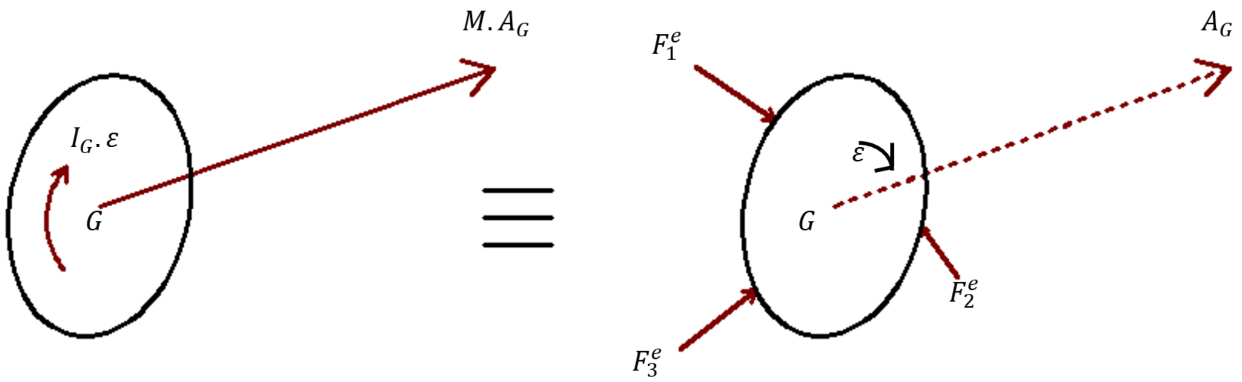
كما يمكن إيجاد المزدوجة المكافئة لعزوم القوى الفعالة حول محور الدوران المار من مركز الكتل بتطبيق علاقة مبدأ تغير الطاقة الحركية على الجسم خلال حركته الدورانية:

$$E_c^1 - E_c^0 = w^e \Rightarrow \frac{1}{2} I_Z.\omega^2 = \int_0^{\varphi} M_Z^e.d\varphi \Rightarrow \frac{1}{2} I_Z.\omega^2 = M_Z^e.\varphi$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن: $I_Z.\varepsilon = M_Z^e$

معادلات الحركة المستوية العامة

ما هي معادلات المجموعة المكافئة لجسم يتحرك **حركة مستوية عامة** ؟ اكتب نصها ومعادلتها:



مخطط الجسم الحر ≡ مخطط محصلة القوى المكافئة

عندما نختار القطب منطبقا على مركز الكتل G عندها يتحدد وضع المقطع بالإحداثيات y_G وx_G والزاوية φ لميل أي مستقيم على الأفق مار بمركز الكتل.

عندئذ تتحدد الحركة بجزء انسحابي لمركز الكتل يعطى بالعلاقة: $M.A_G = \sum M_G^e$

وحركة دورانية حول مركز الكتل تتحدد بعلاقة العزم: $I_G.E = M_G^e$

النص: تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة المؤثرة في جسيمات جسم يتحرك حركة مستوية عامة إلى قوى وحيدة $M.A_G$ تؤثر في مركز الكتل G وتمثل محصلة القوى الفعالة وإلى عزم وحيد $I_G.E$ حول الدوران الأني المار من مركز الكتل والعمودي على مستوي الحركة ويمثل محصلة عزوم القوى الفعالة حول هذا المحور.